A környezeti háttérsugárzás járuléka az „S” kamrás elektret által mért radonkoncentrációhoz

Kocsy Gábor

2008. július 16.

Az elektret leírása szerint 1 $\frac{\mu\mathrm{R}}{\mathrm{h}}$ háttérsugárzás $0,087\ \frac{\mathrm{pCi}}{\mathrm{l}}$ radonkoncentráció járulékot eredményez az „S” kamrában. Számítsuk ki, hogy 1 $\frac{\mathrm{nSv}}{\mathrm{h}}$ környezeti dózisegyenérték-teljesítménynek mennyi a járuléka.

Tudjuk, hogy

$$H^*(10) = c \cdot K_a = c \cdot \frac{1}{1-g} \cdot (K_c)_a = \frac{c}{1-g} \cdot \frac{\overline{W}}{|e|} \cdot X,$$

ahol

- c a $H^*(10)/K_a$ hányados, értéke jellemzően $1,22\ \frac{\mathrm{Sv}}{\mathrm{Gy}}$
- $H^*(10)$ a környezeti dózisegyenérték
- K_a a levegőkerma
- g a másodlagos részecskék energiájának azon hányada, ami sugárzási veszteség formájában eltávozik, értéke jellemzően 0,0001 és 0,005 között változik
- $(K_c)_a$ a „collision kerma” levegőben
- $\frac{\overline{W}}{|e|}$ az egységnyi töltés (ionpár) keletkezéséhez szükséges energia, értéke $33,97\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = 8,76 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{Gy}}{\mathrm{R}}$
- X a besugárzási dózis („exposure”).

A fenti értékeket behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$H^*(10) = 1,07 \cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{Sv}}{\mathrm{R}} \cdot X.$$

Az elektret leírása alapján tehát $1,07 \cdot 10^{-2}\ \frac{\mu\mathrm{Sv}}{\mathrm{h}} = 10,7\ \frac{\mathrm{nSv}}{\mathrm{h}}$ környezeti dózisegyenérték-teljesítmény járuléka $0,087\ \frac{\mathrm{pCi}}{\mathrm{l}} = 37 \cdot 0,087\ \frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{m}^3}$. Ebből következik, hogy $1\ \frac{\mathrm{nSv}}{\mathrm{h}}$ környezeti dózisteljesítmény-teljesítmény járuléka

$$\frac{37 \cdot 0,087}{10,7}\ \frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{m}^3} = 0,3\ \frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{m}^3}.$$

Kimutatási határ számítása levegő radonkoncentrációjára elektrettel történő mérés esetén

Jelöljük R-rel a levegőben mért radonkoncentrációt. Az elektret leírása szerint

$$R = \frac{U_{kezdeti} - U_{végső}}{CF \cdot T} - c \cdot D, \tag{1}$$

ahol

$$CF = a + b \cdot \frac{U_{kezdeti} + U_{végső}}{2}, \tag{2}$$

T a mérési idő, D a dózisteljesítmény, valamint a, b és c az elektretre és a kamrára jellemző paraméterek. R hibája[1]

$$\sigma^2 = \frac{0,05^2 \cdot (U_{kezdeti} - U_{végső})^2 + \Delta^2}{(CF \cdot T)^2} + (0,1 \cdot c \cdot D)^2, \tag{3}$$

ahol Δ a feszültségkülönbségnek a feszültségmérő leolvasási hibájából adódó hibája, $\Delta^2 = (1\mathrm{V})^2 + (1\mathrm{V})^2 = 2\mathrm{V}^2$.

[1] P. Kotrappa, J. C. Dempsey, R. W. Ramsey and L. R. Stieff, A Practical E-Perm™ (Electret Passive Environmental Radon Monitor) System for Indoor ^{222}Rn Measurement, Health Physics Vol. 58, No. 4 (April), pp. 461-467. 1990

Fejezzük ki a σ hibát az $a,\ b,\ c,\ R,\ D,\ \Delta,\ U := U_{kezdeti}$ és T mennyiségek függvényében. Először is helyettesítsük be az (1) egyenletet (3)-ba:

$$\sigma^2 = 0,05^2 \cdot (R + c \cdot D)^2 + \left(\frac{\Delta}{CF \cdot T}\right)^2 + (0,1 \cdot c \cdot D)^2. \tag{4}$$

Továbbá az (1) és (2) egyenletekből $U_{végső}$ -t kifejezve, majd a két kifejezést egyenlővé téve, azt kapjuk, hogy

$$\frac{2}{b} \cdot (CF - a) - U = U - CF \cdot T \cdot (R + c \cdot D),$$

amiből átrendezéssel

$$\left(\frac{2}{b \cdot T} + R + c \cdot D\right) \cdot CF \cdot T = 2 \cdot (U + \frac{a}{b}),$$

azaz

$$\frac{1}{CF \cdot T} = \frac{R + \frac{2}{b \cdot T} + c \cdot D}{2 \cdot (U + \frac{a}{b})}. \tag{5}$$

Ezt (4)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$\sigma^2 = 0,05^2 \cdot (R + c \cdot D)^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \cdot \frac{R + \frac{2}{b \cdot T} + c \cdot D}{U + \frac{a}{b}}\right)^2 + (0,1 \cdot c \cdot D)^2. \tag{6}$$

Látható, hogy minél nagyobb az elektret tárcsa kezdeti feszültsége, annál kisebb a mérés hibája.

A kimutatási határ, L_D, a következőképpen számolható:[2]

$$L_D = L_C + k_\beta \cdot \sigma_D = k_\alpha \cdot \sigma_0 + k_\beta \cdot \sigma_D, \tag{7}$$

ahol σ_0 a mérés bizonytalansága, ha a mérés várható értéke 0, és σ_D a mérés bizonytalansága, ha a mérés várható értéke L_D. A (6) egyenlet alapján

$$\sigma_0^2 = (0,05 \cdot c \cdot D)^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \cdot \frac{\frac{2}{b \cdot T} + c \cdot D}{U + \frac{a}{b}}\right)^2 + (0,1 \cdot c \cdot D)^2 \tag{8}$$

és

$$\sigma_D^2 = 0,05^2 \cdot (L_D + c \cdot D)^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \cdot \frac{L_D + \frac{2}{b \cdot T} + c \cdot D}{U + \frac{a}{b}}\right)^2 + (0,1 \cdot c \cdot D)^2.$$

[2] Lloyd A. Currie, Limits for Qualitative Detection and Quantitative Determination, Analytical Chemistry Vol. 40, No. 3, March, 1968, pp. 586-593.

A (7) egyenletet átrendezve és négyzetre emelve, a $k := k_\alpha = k_\beta$ választással azt kapjuk, hogy

$$\left(\frac{L_D}{k}\right)^2 - 2 \cdot \sigma_0 \cdot \frac{L_D}{k} = \sigma_D^2 - \sigma_0^2 =$$

$$= 0,05^2 \cdot \left(L_D^2 + 2 \cdot c \cdot D \cdot L_D\right) + \frac{\Delta^2}{4} \cdot \left(\frac{L_D}{U + \frac{a}{b}}\right)^2 + \frac{\Delta^2}{2} \cdot \frac{\frac{2}{b \cdot T} + c \cdot D}{\left(U + \frac{a}{b}\right)^2} \cdot L_D.$$

Átrendezve az egyenletet azt kapjuk, hogy

$$\left(\frac{1}{k^2} - 0,05^2 - \frac{\Delta^2}{4 \cdot \left(U + \frac{a}{b}\right)^2}\right) \cdot L_D^2 -$$

$$-\left(\frac{2 \cdot \sigma_0}{k} + 2 \cdot 0,05^2 \cdot c \cdot D + \frac{\Delta^2}{2} \cdot \frac{\frac{2}{b \cdot T} + c \cdot D}{\left(U + \frac{a}{b}\right)^2}\right) \cdot L_D = 0$$

Az $L_D = 0$ gyök nyilvánvalóan hamis gyöke az egyenletnek, hiszen ekkor $\sigma_D = \sigma_0$, így a (7) egyenlet szerint $L_D = 2 \cdot k \cdot \sigma_0 \neq 0$. Az egyenlet megoldása tehát

$$L_D = \frac{\frac{2 \cdot \sigma_0}{k} + 2 \cdot 0,05^2 \cdot c \cdot D + \frac{\Delta^2}{2} \cdot \frac{\frac{2}{b \cdot T} + c \cdot D}{\left(U + \frac{a}{b}\right)^2}}{\frac{1}{k^2} - 0,05^2 - \frac{\Delta^2}{4 \cdot \left(U + \frac{a}{b}\right)^2}}. \tag{9}$$

Példaképpen számítsuk ki a kimutatási határt abban az esetben, ha „S" kamrába helyezett, $U = 600$ V kezdeti feszültségű elektrettel mérünk $T = 7$ napig egy olyan helyen, ahol a gamma dózisteljesítmény $D = 80$ nSv/h, valamint fogadjuk el az 5%-os hibalehetőséget. Ekkor

- $a = 0,04589 \ \frac{\mathrm{Vm}^3}{\mathrm{napBq}}$
- $b = 1,552 \cdot 10^{-5} \ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{napBq}}$
- $c = 0,3 \ \frac{\mathrm{Bq/m}^3}{\mathrm{nSv/h}}$
- $k = 1,645$.

Ezeket az értékeket a (8) egyenletbe helyettesítve azt kapjuk, hogy $\sigma_0 = 4,54 \ \frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{m}^3}$, továbbá a (7) és (9) egyenletből adódóan

$$L_C = 7,47 \ \frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{m}^3},$$

és

$$\boxed{L_D = 15,38 \ \frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{m}^3}.}$$